

Espectroscopia Mesónica Moderna: o Papel Fundamental da Unitariedade

Eef van Beveren^a e George Rupp^b

^aCentro de Física da UC, Departamento de Física, Universidade de Coimbra; eef@uc.pt

^bCentro de Física e Engenharia de Materiais Avançados, Instituto Superior Técnico; george@tecnico.ulisboa.pt

The importance of implementing unitarity constraints in meson spectroscopy is very briefly outlined for Portuguese students of engineering sciences and therefore non-experts in the field. After explaining the profound differences between meson spectroscopy and atomic spectroscopy, attention is paid to the shortcomings of standard Breit-Wigner parametrisations in the case of broad and/or overlapping resonances. Finally, the manifestly unitary Resonance-Spectrum-Expansion model, which lies at the heart of a recent invited review paper by the present authors, is graphically presented, together with a simple yet typical application to the long-controversial $K_0^*(700)$ resonance.

I. INTRODUÇÃO

A Espectroscopia Mesónica tem como objectivo principal descrever de forma sistemática as massas dos estados fundamentais e excitados de mesões observados em experiências nos vários aceleradores de partículas por esse mundo fora. Os mesões são sistemas de spin inteiro que consistem em dois fermiões, um quark (q) e um antiquark (\bar{q}). Quando a massa e os números quânticos o permitem, um mesão desintegra-se rapidamente em pares de mesões mais leves por meio da criação de um par $q\bar{q}$, tratando-se de um estado energeticamente favorecido. Neste caso, falamos de uma *ressonância mesónica*, com largura inversamente proporcional ao seu tempo de vida. A mesões que não se podem desintegrar desta forma chamamos, ignorando decaimentos muito mais lentos, *estados ligados*.

A força que liga o par $q\bar{q}$ não é inteiramente conhecida, pois resulta da Cromodinâmica Quântica (QCD), que é uma teoria não solúvel a baixas energias. Mesmo assim, sabemos empiricamente que o respectivo potencial é sempre crescente à medida que a distância entre o par $q\bar{q}$ aumenta, já que (anti)quarks nunca foram observados isoladamente. Por isso se fala num potencial *confinante*, característica essa que já foi confirmada em simulações numéricas num espaço-tempo discretizado e finito *cálculos na rede*, “LQCD”). Para perceber melhor o potencial confinante convém analisar os espectros de mesões com números quânticos diferentes, e também compostos de (anti)quarks dos diversos *sabores* (u , d , s , c e b). No entanto, uma comparação com a Espectroscopia Atómica revela logo várias complicações, que iremos ilustrar através das Figuras 1 e 2.

Figura 1 exhibe as massas dos mesões vectorial (spin 1) $\rho(770)$ e escalar (spin 0) $f_0(500)$ com as suas excitações radiais até cerca de 1.7 GeV (1700 MeV). Representamos todos estes mesões aqui por um rectângulo, a fim de mostrar a dificuldade em atribuir uma massa precisa a cada um. A altura dos rectângulos corresponde à respectiva incerteza experimental na massa, na escala da ordenada e segundo as tabelas do Particle Data Group (PDG), actualizadas anual e publicadas [1] bienalmente. As correspondentes dimensões na abscissa dão as larguras de decaimento dos vários mesões, outra vez na mesma es-

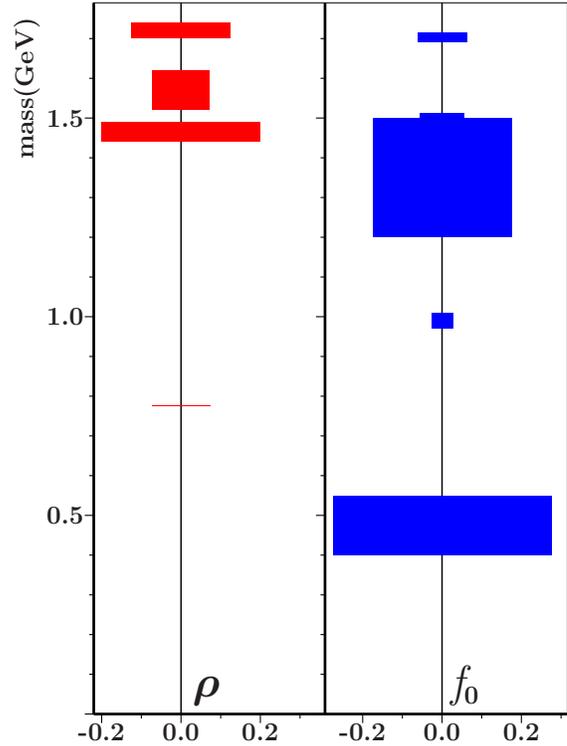


Figura 1: $\rho(770)$, $f_0(500)$ e as suas excitações.

cala que a da ordenada. Como já referimos, ressonâncias mesónicas desintegram-se rapidamente e os estados ρ e f_0 , que se desintegram ambos em dois piões, “vivem” durante tão pouco tempo (10^{-24} a 10^{-23} seg.) que até se torna discutível atribuir-lhes uma massa. Torna-se assim indispensável definir de uma forma não ambígua o que se entende por massa no caso de partículas altamente instáveis. Esta problemática é o ponto central do presente artigo e será abordado nas secções seguintes.

Falta ainda chamar a atenção para mais diferenças entre os, à primeira vista, incompreensíveis espectros dos ρ e f_0 , quando comparados com o simples espectro de hidrogénio atómico na Figura 2 (da Ref.^a [2]). Neste caso, a incerteza nos níveis de energia é quase nula, pois

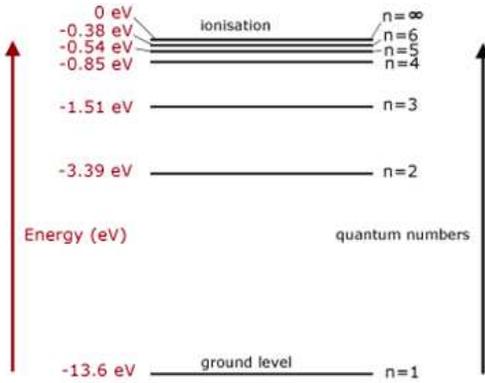


Figura 2: Níveis de energia de hidrogênio atômico.

tanto teórica como experimentalmente se trata de um sistema extremamente bem conhecido e medido. Também a largura de decaimento dos níveis é totalmente desprezável em comparação com as separações entre eles, o que manifestamente não se aplica aos referidos mesões. Finalmente, os níveis de energia de hidrogênio têm uma referência relativa na energia de desintegração num próton e um electrão, enquanto os mesões não se podem desintegrar num quark e um antiquark, pelo que é necessário usar a massa total do mesão como referência.

II. RESSONÂNCIAS BREIT-WIGNER

A forma tradicional de modelar uma ressonância isolada é através de uma parametrização *Breit-Wigner* (BW), que mostramos esquematicamente na Figura 3 (da Ref.^a [3]). A respectiva expressão como função da energia é

$$P(E) \propto [(E - M)^2 + \Gamma^2/4]^{-1}, \quad (1)$$

onde M é a massa e Γ a largura da ressonância. Verifica-se facilmente que a curva na Figura 3 atinge o seu máximo P_{\max} quando $E = M$ e Γ é mesmo a sua largura a meio

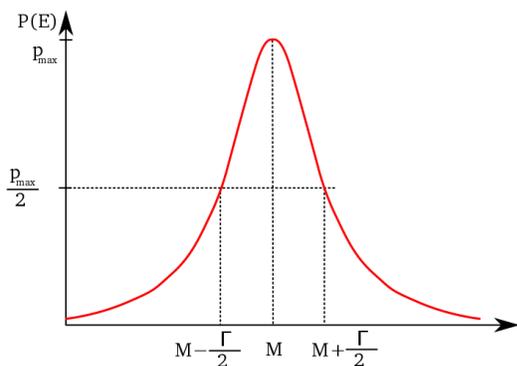


Figura 3: Ressonância Breit-Wigner [3].

de P_{\max} . Se permitirmos energias complexas, $P(E)$ vai para infinito se $E \rightarrow M \pm i\Gamma/2$, ao que se chama *pólos* nesta função. Isto pode parecer apenas uma curiosidade académica, mas não o é, como veremos na secção seguinte sobre *unitariedade*. De qualquer modo, a parametrização BW de uma ressonância só é boa quando esta estiver bastante afastada tanto de possíveis outras ressonâncias como de um limiar de decaimento, que corresponde à soma das massas das partículas em que a ressonância se desintegra. Por exemplo, o $\rho(770)$ tem, como único limiar, a energia de 280 MeV, ou seja, a soma das massas de dois piões ($\pi\pi$). Uma vez que o intervalo de energia entre o $\rho(770)$ e esse limiar é mais de 3 vezes a largura total do $\rho(770)$, enquanto a distância até à primeira excitação $\rho(1450)$ (segundo o PDG [1], Figura 1) é ainda maior, a parametrização BW afigura-se razoável neste caso. Porém, isso já não se pode dizer da ressonância escalar $f_0(500)$ (Ref.^a [1], Figura 1), que fica a menos de metade da sua massa e largura média do mesmo limiar ($\pi\pi$). Para este e também outros mesões na Figura 1 impõe-se evidentemente uma descrição mais realista.

III. MODELO RSE E UNITARIEDADE

Há muito anos, conseguimos descrever [4] a ressonância $f_0(500)$ e os outros mesões escalares leves $f_0(980)$, $K_0^*(700)$ e $a_0(980)$ [1] num modelo de quarks [5, 6] desenvolvido com colegas na Universidade de Nijmegen, Países Baixos. A essência do modelo era a descrição, com uma só expressão incluindo todos os possíveis estados ligados e ressonâncias mesónicas com os mesmos números quânticos e conteúdo de sabor, através de um tratamento em pé de igualdade do confinamento de quarks e o decaimento forte. Este formalismo é muito técnico e fica fora do âmbito do presente breve resumo. No entanto, convém ainda mencionar que o mesmo modelo descrevia com sucesso os então conhecidos espectros de charmónio (estados $c\bar{c}$) e bottomónio ($b\bar{b}$) [5], além de prever [6], entre muitos outros mesões, uma ressonância $\rho(1250)$ (ver também a Ref.^a [7]) no largo intervalo de energia onde o PDG apenas identifica um $\rho(1450)$ (ver Figura 1). Outra grande surpresa na Ref.^a [4] foi a descrição dos mesões escalares leves como ressonâncias dinâmicas e não simplesmente ligadas ao espectro do potencial confinante, nem como estados do tipo $qq\bar{q}\bar{q}$ (“*tetraquarks*”).

Muitos anos depois, um conhecido físico experimental desafiou-nos para desenvolver um modelo de quarks semelhante, mas de mais fácil utilização, o que nos levou ao modelo **RSE** (“*Resonance Spectrum Expansion*”) [8]. A ideia básica é que ressonâncias mesónicas podem ser consideradas estados intermédios em colisões entre dois mesões mais leves, mas que ao mesmo tempo têm a identidade de estados $q\bar{q}$ com os mesmos números quânticos (spin, *paridade*, ...). Isso é simbolicamente retratado na Figura 4, onde o primeiro diagrama representa o processo mais simples, com os dois mesões se “fundindo” no primeiro vértice, propagando-se depois como um con-

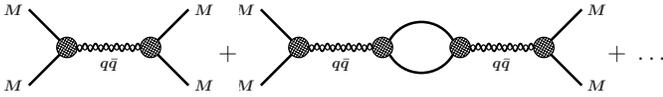


Figura 4: Representação esquemática do modelo RSE.

junto de estados $q\bar{q}$ e desintegrando-se novamente em dois mesões no segundo vértice. Os processos nos vértices são a aniquilação e criação de um par $q\bar{q}$, respectivamente. O segundo diagrama na Figura 4 corresponde a um processo quântico de ordem superior, envolvendo duas aniquilações e duas criações de $q\bar{q}$. Os pontinhos representam *todas* as ordens superiores, que pela estrutura dos diagramas permitem somar tudo, algébrica e analiticamente, para se obter uma expressão fechada para o que se chama a *amplitude* deste processo. Isto equivale a resolver uma equação do tipo *Schrödinger*. Com a tal amplitude constrói-se directamente a chamada *matriz S*, que é a grandeza quântica mais geral para descrever processos de colisões entre partículas.

Observe que, embora todas as linhas externas dos diagramas na Figura 4 sejam rotuladas com a mesma letra M , os pares de mesões dos lados esquerdo e direito não precisam de ser iguais. Por exemplo, na dispersão de piões pode-se formar uma ressonância da família dos ρ pela aniquilação de um par $q\bar{q}$ leve. Caso a massa total o permita, esta ressonância pode também desintegrar-se num par de kaões (KK) através da criação de um par $s\bar{s}$. A matriz S descreve assim não apenas a dispersão de dois piões, mas também a sua transformação em pares de outros mesões e ainda a dispersão directa destes mesões.

A enorme vantagem de se ter uma forma explícita da matriz S é que a mesma contém *toda* a informação do processo, incluindo limiares de decaimento, estados ligados, ressonâncias simples e ressonâncias dinâmicas. Estas duas últimas correspondem a singularidades complexas em S , os tais *pólos* acima referidos, mas agora bem realistas e sem aproximações do tipo BW para cada uma destas ressonâncias separadamente. A matriz S assim derivada é manifestamente simétrica e unitária, propriedades matemáticas essas que garantem invariância de reversão de tempo e conservação de probabilidade, respectivamente. A unitariedade de S implica $(S^*)^T S = \mathbf{1}$, onde o asterisco significa complexo-conjugado e o T transposição.

Uma aplicação muito simples [9] do modelo RSE, com o único modo de decaimento $K\pi$ em onda S ($l = 0$), resulta numa notável descrição da respectiva secção eficaz experimental até $E = 1.6$ GeV (ver Figura 5), com muito

poucos parâmetros. Além disso, consegue identificar um pólo dinâmico de energia complexa a $(714 - i228)$ MeV, correspondente à ressonância escalar $K_0^*(700)$ [1].

Desde então fizemos muitas outras aplicações do modelo RSE à espectroscopia mesónica, descrevendo ressonâncias mais complicadas, que envolvem vários modos diferentes de decaimento. Exemplos bem-sucedidos, além dos mesões escalares leves e nalguns casos já confirmados pela LQCD, são os controversos mesões $D_{s0}^*(2317)$ [10], $D_0^*(2300)$, $D_{s1}(2460)$, $D_1(2430)$, $D_{sJ}(2860)$, $\chi_{c1}(3872)$ [11], $\psi(4260)$, $\psi(4660)$ e $\Upsilon(10580)$. Tratámos de forma muito mais detalhada destas e doutras ressonâncias mesónicas num recente artigo de revisão por convite [12], que também aborda processos de produção e efeitos de limiares, com base no princípio da unitariedade.

IV. RESUMO

Os resultados das experiências de colisões são dados em termos de secções eficazes ou amplitudes em função da energia total. Geralmente, a amplitude exhibe várias elevações que podem indicar a existência de ressonâncias mesónicas nas respectivas energias. A descrição desta amplitude por uma só expressão para todos os membros de uma família de mesões é claramente mais realista do que uma parametrização um a um do tipo Breit-Wigner.

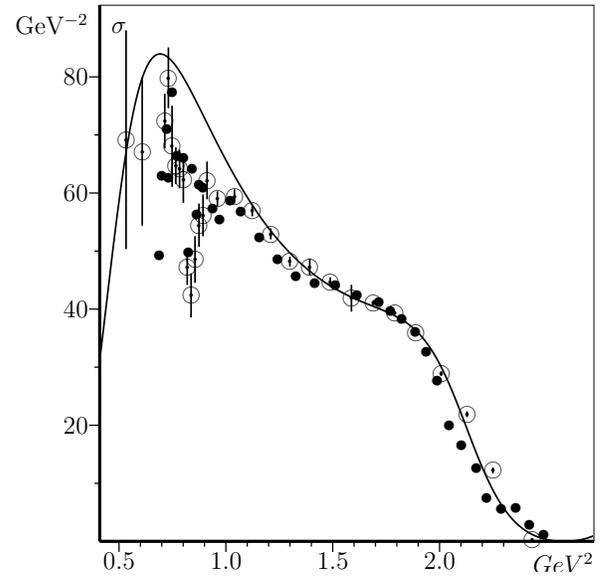


Figura 5: Secção eficaz $K\pi$ em onda S [9].

[1] P. A. Zyla *et al.* [Particle Data Group], Prog. Theor. Exp. Phys. **2020** (2020) 083C01.

[2] <https://brilliant.org/wiki/energy-level-and-transition-of-electrons/>

[3] <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Breit-Wigner.svg>

[4] E. van Beveren, T. A. Rijken, K. Metzger, C. Dullemond, G. Rupp e J. E. Ribeiro, Z. Phys. C **30** (1986)

- 615 [arXiv:0710.4067 [hep-ph]].
- [5] E. van Beveren, C. Dullemond e G. Rupp, Phys. Rev. D **21** (1980) 772.
- [6] E. van Beveren, G. Rupp, T. A. Rijken e C. Dullemond, Phys. Rev. D **27** (1983) 1527.
- [7] N. Hammoud, R. Kamiński, V. Nazari e G. Rupp, Phys. Rev. D **102** (2020) 054029 [arXiv:2009.06317 [hep-ph]].
- [8] E. van Beveren e G. Rupp, Int. J. Theor. Phys. Group Theor. Nonlin. Opt. **11** (2006) 179 [arXiv:hep-ph/0304105].
- [9] E. van Beveren e G. Rupp, Eur. Phys. J. C **22** (2001) 493 [arXiv:hep-ex/0106077].
- [10] E. van Beveren e G. Rupp, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 012003 [arXiv:hep-ph/0305035].
- [11] S. Coito, G. Rupp e E. van Beveren, Eur. Phys. J. C **71** (2011) 1762 [arXiv:1008.5100 [hep-ph]].
- [12] E. van Beveren e G. Rupp, Prog. Part. Nucl. Phys. **117** (2021) 103845 [arXiv:2012.03693 [hep-ph]].